**Activité : démonstration de la concourance   
des médiatrices et des bissectrices**



**Partie A : intersections des médiatrices ; centre du cercle circonscrit**

On donne la figure ci-dessous où et sont deux médiatrices du triangle .

, et sont respectivement les milieux des cotés , et .

**Une image contenant câble

Description générée automatiquement**

1. a) Montrer que .

b) Montrer que .

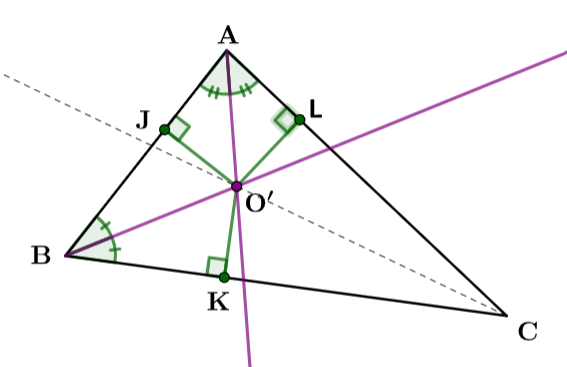
c) En déduire que .

1. Montrer que est la médiatrice du coté .
2. Montrer que le cercle de centre de rayon est le cercle circonscrit du triangle .

**Partie B : intersections des bissectrices ; centre du cercle inscrit**

On donne la figure ci-dessous où et sont deux bissectrices du triangle .

, et sont respectivement les projetés orthogonaux de sur les cotés , et .



1. a) Montrer que .

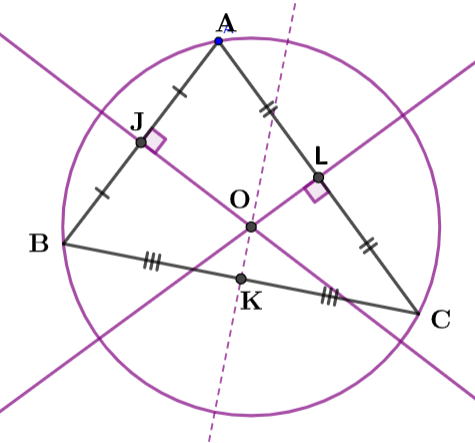
b) Montrer que .

c) En déduire que .

1. Montrer que est la bissectrice de l’angle .
2. Montrer que le cercle de centre de rayon est le cercle inscrit du triangle .

**Correction**

**Partie A : intersections des médiatrices ; centre du cercle circonscrit**

****

1. a) Montrer que .

est la médiatrice de ,

Or l’ensemble des points d’une médiatrice d’un segment sont équidistant de ses extrémités,

Donc .

b) Montrer que .

est la médiatrice de ,

Or l’ensemble des points d’une médiatrice d’un segment sont équidistant de ses extrémités,

Donc .

c) En déduire que .

D’après les deux questions précédentes et donc .

1. Montrer que est la médiatrice du coté .

est donc équidistant des extrémités du segment , et est le milieu de ,

Or la médiatrice d’un segment est l’ensemble des points équidistants de ses extrémités,

Donc et appartiennent à la médiatrice de .

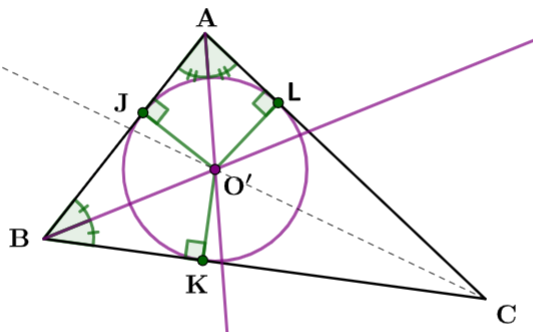
est bien la médiatrice du coté .

1. Montrer que le cercle de centre de rayon est le cercle circonscrit du triangle .

On a démontré que .  
Donc les sommets du triangle sont à égale distance du point et appartiennent au cercle C de centre dont , et sont des rayons.

C est donc bien le cercle circonscrit du triangle ,

**Partie B : intersections des bissectrices ; centre du cercle inscrit**

****

1. a) Montrer que .

est la bissectrice de l’angle ,

Or tous les points d’une bissectrice d’un angle sont équidistants des cotés formant cet angle,

Donc .

b) Montrer que .

est la bissectrice de l’angle

Or tous les points d’une bissectrice d’un angle sont équidistants des cotés formant cet angle,

Donc .

c) En déduire que .

D’après les deux questions précédentes et donc .

1. Montrer que est la bissectrice de l’angle .

est donc équidistant des segment et ,

Or la bissectrice d’un angle est l’ensemble des points équidistants des deux segments formant l’angle,

Donc appartient à la bissectrice de l’angle de .

est bien la bissectrice de l’angle de .

1. Montrer que le cercle de centre de rayon est le cercle inscrit du triangle .

On a démontré que .  
Donc les points , et sont à égale distance du point .

Ils appartiennent ainsi au cercle C’ de centre dont , et sont des rayons.

D’autre part , et ,

Or si une droite est perpendiculaire à un rayon d’un cercle, elle est tangente à ce cercle.

Donc tous les côtés du triangle sont tangents au cercle C’ qui est donc inscrit dans celui-ci.