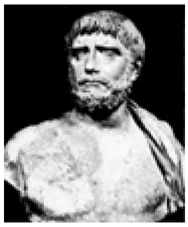
Thalès

Emilien Suquet, suquet@automaths.com

Thalès est un mathématicien grec qui aurait vécu au VI$^{\text{ème}}$ siècle avant Jésus Christ. Nous ne le connaissons qu'à travers les écrits de Sophocle, de Pappus et d'autres. On peut en fait seulement lui attribuer les quatre résultats mathématiques suivants :

Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure.

Le diamètre d'un cercle coupe ce même cercle en deux parties de même aire.



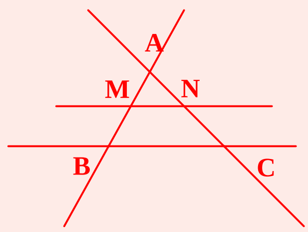
Les angles à la base d'un triangle isocèle sont de la même mesure.

Si un triangle est inscrit dans un cercle tel que l'un de ses côtés soit le diamètre de ce cercle alors ce triangle est rectangle.

A la fin du 19$^{\text{ème}}$ siècle, une épreuve d'histoire des mathématiques avait été introduite dans les épreuves de recrutement des professeurs de mathématiques. Il était donc de bon goût à cette époque d'associer à chaque théorème son auteur. Le théorème ci-dessous a été trop rapidement attribué à Thalès mais néanmoins on a conservé par habitude cette dénomination. Il serait plus sage de nommer le théorème suivant « théorème en hommage à Thalès »

Soit ABC un triangle,
M un point de [AB],
N un point de [AC].

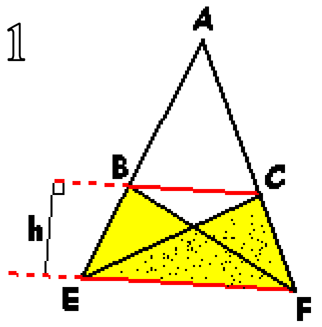
Si (BC) et (MN) sont parallèles alors $\dfrac{AB}{AN} = \dfrac{AC}{AM} = \dfrac{BC}{NM}$



Dans le cas où M est le milieu de [AB] et N est le milieu de [AC] on se retrouve dans la configuration de la réciproque du théorème de la droite des milieux.

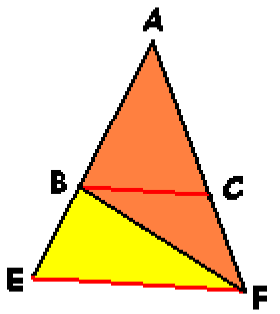
Le théorème de Thalès devrait en fait être attribué à Euclide, qui au III[ème] siècle avant JC, en donna la première démonstration. Voici, en écriture moderne, un extrait de cette démonstration (voir en fin de cours la version d'origine) :

1



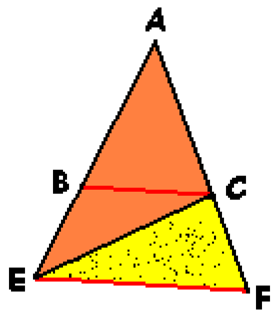
Aire (BEF) = Aire (CEF) = $\dfrac{EF \times h}{2}$

2



Aire (ABF) = Aire (AEF) – Aire (BEF)

3

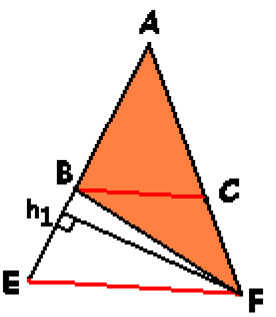


Aire (ACE) = Aire (AEF) – Aire (CEF)

or Aire (BEF) = Aire (CEF) d'après 1)

donc Aire (ACE) = Aire (ABF) d'après 2)

4

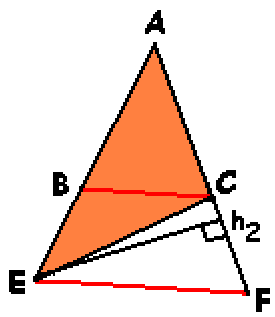


Aire (ABF) = $\dfrac{AB \times h_1}{2}$

Aire (AEF) = $\dfrac{AE \times h_1}{2}$

d'où Aire(ABF)/Aire(AEF) = $\dfrac{AB}{AE}$

5



Aire (ACE) = $\dfrac{AC \times h_2}{2}$

Aire (AEF) = $\dfrac{AF \times h_2}{2}$

d'où Aire (ACE)/Aire (AEF) = $\dfrac{AC}{AF}$

6

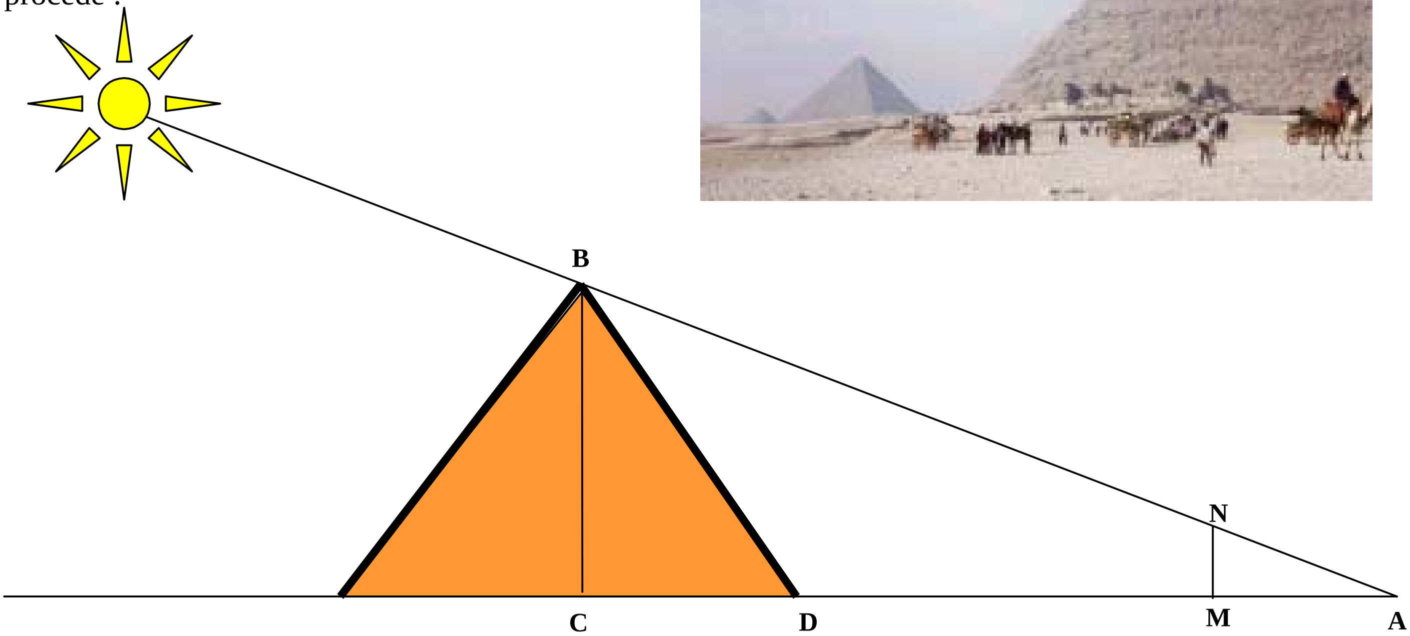
or Aire (ACE) = Aire (ABF) d'après 3)

donc Aire(ABF)/Aire(AEF) = Aire (ACE)/Aire (AEF) d'après 4) et 5)

En conséquence : $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AF}$

Exemple :

Une légende raconte cependant que Thalès se serait servi du théorème précédent pour mesurer la hauteur d'une pyramide. Voici comment il aurait procédé :



NM : taille d'un disciple de Thalès
AM : longueur de l'ombre du disciple
BC : hauteur de la pyramide
DM : longueur de l'ombre de la pyramide
DC : demi-largeur de la pyramide

Thalès peut donc prendre à un moment de la journée les mesures suivantes :

CD = 115 *m* ; DM = 163,4 *m* ; AM = 3,5 *m* ; MN = 1,8 *m*

Dans le triangle ABC on a : $\begin{cases} - N \in [AB] \\ - M \in [AC] \\ - (MN) // (BC) \end{cases}$

d'après le théorème d Thalès, on a donc

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

d'où $\frac{3,5}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{1,8}{BC}$

AC = AM + MD + CD = 3,5 + 163,4 + 115 = 281,9 m

$$\frac{3,5}{281,9} = \frac{1,8}{BC}$$

$3,5 \times BC = 1,8 \times 281,9$

3,5 BC = 507,42

BC = 145,0 à 0,1 près

La pyramide a donc une hauteur de 145,0 à 10 cm près