1) Calculer peut aussi s'écrire $A = \left(4 + \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{7}\right)$

A peut aussi s'écrire sous la forme suivante appelée un échafaudage de fraction : $A = \dfrac{4 + \frac{5}{3}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{7}}$

2) Ecrire $B = \dfrac{\frac{4}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$ différemment sans la grande barre de fraction, puis calculer B.

Pour calculer, on n'a pas besoin de transformer l'écriture, c'est même plus pratique de ne pas le faire :

$$A = \dfrac{4 + \frac{5}{3}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{7}} = \dfrac{\frac{12}{3} + \frac{5}{3}}{\frac{14}{35} - \frac{15}{35}} = \dfrac{\frac{17}{3}}{\frac{-1}{35}} = \frac{17}{3} \times \frac{35}{-1} = -\frac{595}{3}$$

3) Calculer : $C = \dfrac{\frac{4}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$ $\quad D = \dfrac{1}{4 - \frac{2}{3}}$ $\quad E = \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$ $\quad F = \dfrac{\dfrac{\frac{3}{2} - \frac{5}{4}}{3} - \frac{7}{2}}{5 + \frac{1}{-3}}$

4) Pour aller plus loin (difficile) :

On donne $A_1 = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}$ $\quad A_2 = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ $\quad A_3 = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$ $\quad A_4 = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$

a) Calculer A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5 (avec un peu d'astuce, on peut le faire assez rapidement).

b) □ Montrer que pour tout entier x et y, on a : $\dfrac{1}{1 + \frac{x}{y}} = \dfrac{y}{x + y}$

□ Utiliser cette propriété pour obtenir A_{10}, A_{15} et A_{20}.

c) □ Donner des valeurs approchées aussi précise que possible de A_1, A_5, A_{10}, A_{15}, A_{20}.

□ Donner une approximation aussi précise que possible de l'inverse de $\varphi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

□ Que pouvez-vous conjecturer à l'aide de ces valeurs approchées ?

d) φ est appelé en mathématiques « le nombre d'or ». Essayons de voir pourquoi :

□ Tracer sur votre feuille 4 rectangles de longueurs différentes qui vous paraissent bien proportionnés (ni trop étiré, ni trop carré).

□ Pour chacun des 4 rectangles, calculer le quotient de la longueur sur la largeur.

□ Est-ce que vos résultats sont assez proches du nombre d'or ? Et ceux de vos voisins ?

□ Selon certains architectes, un bâtiment est bien proportionné si, par exemple, les longueurs et les largeurs de chaque façade sont proportionnelles entre elles avec un coefficient de proportionnalité égale au nombre d'or. Qu'en pensez-vous ?

Correction Activité : Echafaudage de fraction

a)

$A1 = \dfrac{1}{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$ $A_2 = \dfrac{1}{1 + A_1} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{2}{3}} = \dfrac{1}{\dfrac{5}{3}} = \dfrac{3}{5}$ $A_3 = \dfrac{1}{1 + A_2} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{3}{5}} = \dfrac{1}{\dfrac{8}{5}} = \dfrac{5}{8}$

$A_3 = \dfrac{1}{1 + A_2} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{3}{5}} = \dfrac{1}{\dfrac{8}{5}} = \dfrac{5}{8}$ $A_3 = \dfrac{1}{1 + A_2} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{3}{5}} = \dfrac{1}{\dfrac{8}{5}} = \dfrac{5}{8}$

b)

$A_4 = \dfrac{8}{13}$ $A_5 = \dfrac{13}{21}$ $A_6 = \dfrac{21}{34}$ $A_7 = \dfrac{34}{53}$ $A_8 = \dfrac{53}{87}$ $A_9 = \dfrac{87}{140}$ $A_{10} = \dfrac{140}{227}$

En continuant ainsi, on trouve $A_{20} = \dfrac{140}{227}$ et $A_{30} = \dfrac{140}{227}$

En étant observateur $\dfrac{1}{1 + \dfrac{x}{y}} = \dfrac{1}{\dfrac{y + x}{y}} = \dfrac{y}{x + y}$