

QU'EST CE QU'UNE EQUATION ?

Pour le comprendre, lisez ce petit dialogue entre un élève et son professeur :

Est-ce que $5+13$ a la même valeur que $10 + 8$?



Oui ! $5 + 13$ vaut 18 et $10 + 8$ vaut aussi 18

On écrit que $5 + 13 = 10 + 8$. Cela s'appelle une égalité. Ce qui est à gauche du symbole « = » a la même valeur de ce qui est à droite.

Est-ce que $4x + 5$ a la même valeur que $2x + 4$?



Ca dépend combien vaut x !
Si je prends 0, ca ne marche pas !

Mais il se pourrait que ca marche ?



Oui, pourquoi pas !

Ca va te surprendre mais on va quand même écrire : $4x + 5 = 2x + 7$



Ca alors ! Je croyais que le « = » servait pour les égalités ?

Pas seulement, il sert aussi ici. Mais rassure toi on ne dit pas que $4x + 5 = 2x + 4$ est une égalité. On appelle cela une équation. Est-ce que tu peux deviner différence ?



Une égalité est quelque chose de sure alors qu'une équation est plutôt une question.

Très bien. Prends une feuille maintenant.

L'élève prend alors une feuille de brouillon.

Pourquoi n'as-tu pas pris une feuille d'un arbre ?



Vous êtes rigolo !

Tu vois avec le « = », c'est un peu pareil. On voit tout de suite si c'est celui d'une équation ou celui d'une égalité. Ce n'est donc pas gênant qu'il serve pour deux choses différentes...

Ecrire l'équation $4x + 5 = 9$, c'est se demander :

« Quelles sont toutes les valeurs de x qui vérifient $4x + 5 = 9$? »

x est l'**inconnue** de l'équation

$4x + 5$ est appelé le **membre de gauche** de l'équation.

9 est ici appelé le **membre de droite** de l'équation.

L'inconnue ne se nomme pas toujours « x » dans une équation (exemple : $3y - 1 = 5$)

Résoudre l'équation $4x + 5 = 9$, c'est trouver **toutes** les valeurs de x pour lesquelles $4x + 5$ sera effectivement égale à 9.



C'est en 1557 que le mathématicien Robert Recorde (à gauche) introduit le « = »

Euler introduira le symbole « \neq » au XVIIIème siècle.

COMMENT RESOUDRE UNE EQUATION ?

Pour résoudre une équation, on a besoin de connaître les deux théorèmes suivants

Si on ajoute ou retranche aux deux membres d'une équation une même valeur alors on ne modifie pas les solutions de l'équation.

$$4x + 5 = 3x + 7$$



On ajoute 5 à chaque membre de l'équation

$$4x + 10 = 3x + 12$$

Les solutions de $4x + 10 = 3x + 12$ sont donc identiques à celles de $4x + 5 = 3x + 7$

Si on multiplie ou divise les deux membres d'une équation par une même valeur non nulle alors on ne modifie pas les solutions de l'équation.

$$2x = 8$$



On multiplie par 3 chaque membre de l'équation

$$6x = 24$$

Les solutions de $2x = 8$ sont donc identiques à celles de $6x = 24$



Pour résoudre une équation, on essaie d'en obtenir une autre beaucoup plus simple en utilisant les deux théorèmes précédents. Elle aura donc exactement les mêmes solutions mais comme elle est plus simple, il sera plus facile d'en trouver toutes les solutions.

Exemple avec l'équation $4x + 1 = 9$

On retranche 1 à chaque membre de l'équation et on l'équation $4x = 8$

On divise par 4 chaque membre de l'équation précédente et on obtient l'équation $x = 2$

Les 3 équations ont les mêmes solutions puisqu'on a utilisé les deux théorèmes précédents.

La dernière équation permet de trouver très facilement les solutions : il y a une seule 2.

Pratiquement on rédigera de la façon suivante :

$$4x + 1 = 9$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

Il y a une seule solution : 2

On peut vérifier que 2 est bien solution en remplaçant x par 2 et en vérifiant que l'on a bien $4 \times 2 + 1$ qui est égale à 9. Mais attention, une telle vérification ne permet pas de savoir si on a oublié des solutions.

Il existe des équations que l'on ne sait pas résoudre car on n'arrive pas à trouver une équation plus simple qui a les mêmes solutions.

COMMENT UTILISER UNE EQUATION POUR RESOUDRE UN PROBLEME ?

Le plus simple est de l'expliquer à partir d'un exemple :

Jean est allé 4 fois au cinéma ce mois-ci et a acheté pour 16 euros de bonbons.
Marie est allée 6 fois au cinéma ce mois-ci et a acheté pour 2 euros de bonbons.
Sachant qu'ils ont dépensé la même somme, combien coute une place de cinéma ?

Première étape : définir l'inconnue.

Généralement, la question posée dans le problème permet de faire le choix

Soit y le prix d'une place de cinéma

Deuxième étape : mettre en équation

Ici, on cherche à traduire ce qui est écrit dans l'énoncé en un langage mathématique

Jean a dépensé $4y + 16$ euros

Marie a dépensé $6y + 2$ euros

Ils ont dépensés autant d'argent donc : $6y + 2 = 4y + 16$

Troisième étape : résoudre l'équation

$$6y + 2 = 4y + 16$$

$$6y + 2 - 2 = 4y + 16 - 2$$

$$6y = 4y + 14$$

$$6y - 4y = 4y + 14 - 4y$$

$$2y = 14$$

$$2y : 2 = 14 : 2$$

$$y = 7$$

Quatrième étape : interpréter les solutions de l'équation

Il faut toujours se demander si la solution de l'équation peut être prise comme solution du problème. Il arrive que ce ne soit pas le cas (cf. feuille d'exercices).

Cinquième étape : conclure

Une place de cinéma coute 7 euros.

Même si la mise en équation peut être très pratique, ce n'est pas le seul moyen qui existe pour trouver la solution d'un problème.