

# Calcul fractionnaire

Emilien Suquet, suquet@automaths.com

Une fraction est un quotient de deux entiers relatifs écrit sous la forme  $\frac{a}{b}$ . Lorsque  $a$  ou  $b$  n'est pas entier, on parle alors d'écriture fractionnaire.

$a$  est le numérateur de la fraction  
 $b$  est le dénominateur

## I Egalité de fractions

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{k : a}{k : b}$$

La valeur d'une fraction n'est pas modifiée si on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre

Cette propriété peut être utilisée pour ...

... simplifier une fraction :  $\frac{28}{32} = \frac{4 \times 7}{4 \times 8} = \frac{7}{8}$

... mettre deux fractions au même dénominateur :  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$  et  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$

... mettre une écriture fractionnaire sous forme de fraction :  $\frac{5,3}{11} = \frac{5,3 \times 10}{11 \times 10} = \frac{53}{110}$

## II Addition et soustraction de fractions

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on additionne les numérateurs entre eux et on garde le même dénominateur.

$$\frac{2}{4} + \frac{12}{4} = \frac{2+12}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \quad \frac{2}{-13} + \frac{5}{-13} = \frac{2+5}{-13} = \frac{7}{-13} = -\frac{7}{13} \quad \frac{-5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-5+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Pour soustraire deux fractions de même dénominateur, on soustrait les numérateurs entre eux et on garde le même dénominateur.

$$\frac{2}{4} - \frac{12}{4} = \frac{2-12}{4} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2} \quad \frac{2}{-13} - \frac{5}{-13} = \frac{2-5}{-13} = \frac{-3}{-13} = \frac{3}{13} \quad \frac{-5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{-5-2}{3} = -\frac{7}{3}$$



On peut additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur. Il suffit de les mettre d'abord au même dénominateur puis d'effectuer l'addition ou la soustraction :

$$\frac{3}{5} - 2 = \frac{3}{5} - \frac{10}{5} = \frac{-7}{5} \quad \frac{2}{4} + \frac{12}{5} = \frac{2 \times 5}{4 \times 5} + \frac{12 \times 4}{5 \times 4} = \frac{10}{20} + \frac{48}{20} = \frac{58}{20} = \frac{29}{10}$$

$$\frac{-2}{4} - \frac{-12}{6} = \frac{(-2) \times 3}{4 \times 3} - \frac{(-12) \times 2}{6 \times 2} = \frac{-6}{12} - \frac{-24}{12} = \frac{-6 - (-24)}{12} = \frac{-6 + 24}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{-3} = \frac{2}{3} + \frac{-4}{3} = \frac{2+(-4)}{3} = -\frac{2}{3}$$

Attention :  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{4}{-3}$  n'ont pas le même dénominateur

### III Multiplication et division de fractions

$$\frac{a}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :**

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21} \quad \frac{-2}{5} \times \frac{-3}{-11} = \frac{(-2) \times (-3)}{5 \times (-11)} = \frac{6}{-55} = -\frac{6}{55} \quad \frac{2}{-3} \times 5 = \frac{2}{-3} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{-3}$$

**On appelle inverse d'un nombre  $a$ , le nombre  $b$  tel que  $a \times b = 1$**

 La fraction  $\frac{a}{b}$  a pour inverse  $\frac{b}{a}$  car  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$

Pour éviter des erreurs, remplacez 5 par  $\frac{5}{1}$

**Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse**


Explication :  $\frac{C}{D} = \frac{C}{1} \times \frac{1}{D} = C \times \frac{1}{D}$

$\frac{C}{D}$  : on divise C par D.  
 $C \times \frac{1}{D}$  : on multiplie C par l'inverse de D. ( $\frac{1}{D}$  est l'inverse de D)

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$



**Pour diviser par une fraction, on applique la précédente règle, en multipliant par son inverse.**

 Notation :  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$  s'écrit souvent :  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$

$$\frac{\frac{-2}{5}}{\frac{4}{7}} = \frac{-2}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{-14}{20} = -\frac{7}{10} \quad \frac{\frac{-5}{4}}{\frac{-5}{-20}} = \frac{-5}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{-5}{-20} = -\frac{1}{4}$$

### IV Fraction d'une quantité

**La fraction  $\frac{a}{b}$  d'une quantité Q vaut :  $Q \times \frac{a}{b}$**

Explication de la formule par un exemple : cherchons combien valent les  $\frac{7}{8}$  ème de 1304 g ?

Un huitième de 1304 g vaut  $\frac{1304}{8} = 163$

$\frac{7}{8}$  ème de 1300g valent donc  $163 \times 7 = 1141$ g

En résumé, les  $\frac{7}{8}$  ème de 1300g valent  $\frac{1304}{8} \times 7$

On remarque que :  $\frac{1304}{8} \times 7 = \frac{1304}{1} \times \frac{1}{8} \times 7 = 1300 \times \frac{7}{8}$  (on retrouve bien la formule)

