Échafaudage de fractions

E. Suquet, esuquet@automaths.com

$A = \dfrac{4+\dfrac{5}{3}}{\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{7}}$ peut aussi s'écrire $A = \left(4+\dfrac{5}{3}\right) : \left(\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{7}\right)$

1) D'après les règles de priorités opératoires, dans quel ordre allez vous effectuer les calculs ?

2) Ecrire $B = \dfrac{\dfrac{4}{5}-\dfrac{2}{3}}{\dfrac{1}{3}}$ différemment sans la grande barre de fraction.

Pour calculer, on n'a pas besoin de transformer l'écriture, c'est même plus pratique de ne pas le faire :

$$A = \frac{4+\frac{5}{3}}{\frac{2}{5}-\frac{3}{7}} = \frac{\frac{12}{3}+\frac{5}{3}}{\frac{14}{35}-\frac{15}{35}} = \frac{\frac{17}{3}}{\frac{-1}{35}} = \frac{17}{3}\times\frac{35}{-1} = -\frac{595}{3}$$

3) Calculer $B = \dfrac{\dfrac{4}{5}-\dfrac{2}{3}}{\dfrac{1}{3}}$ $\quad C = \dfrac{1}{4-\dfrac{2}{3}}$ $\quad D = \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}}$ $\quad E = \dfrac{\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{5}{4}}{3}-\dfrac{7}{2}}{5+\dfrac{1}{-3}}$

4) Pour aller plus loin (difficile) :

On donne $A_1 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}$ $\quad A_2 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}$ $\quad A_3 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}}$ $\quad A_4 = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}}}$

a) Calculer A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5 (avec un peu d'astuce, on peut le faire assez rapidement).

b) Calculer A_{10}, A_{20} et A_{30} (il faudra faire preuve d'astuce).

c) Donner des valeurs approchées de A_1, A_5, A_{10}, A_{20}, A_{30} (vous choisirez vous-même le nombre de chiffres après la virgule que vous souhaitez conserver). Que constatez vous ?

d) Donner une approximation aussi précise que possible de l'inverse de $d = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Que constatez-vous ?

e) Est-ce qu'une constatation est une démonstration ? Justifier.

f) *d* est appelé en mathématiques « le nombre d'or » ou « divine proportion ». Essayons de voir pourquoi :

α) Tracer sur votre feuille 4 rectangles de longueurs différentes qui vous paraissent bien proportionnés (ni trop étiré, ni trop carré).

β) Pour chacun des 4 rectangles, calculer le quotient de la longueur sur la largeur.

γ) Est-ce que vos résultats sont assez proches du nombre d'or ? Et ceux de vos voisins ?

δ) Selon certains architectes, un bâtiment est bien proportionné si, par exemple, les longueurs et les largeurs de chaque façade sont proportionnelles entre elles avec un coefficient de proportionnalité égale au nombre d'or. Qu'en pensez-vous ?