

Activité : Nombres Relatifs et Ecriture Simplifiée

Emilien Suquet, esuquet@automaths.fr

I Simplifier une écriture ne comportant que des additions et des soustractions

On donne $Z = (+2) - (-5) + (-2) + (+5) - (+3)$ et $Y = (-5) + (+2) - (-4) - (+2)$

Règle 1 : tous les nombres positifs peuvent s'écrire sans leur signe et sans parenthèse.

1) Appliquer cette règle pour modifier Y et Z

Règle 2 : le premier nombre relatif d'une expression numérique peut s'écrire sans parenthèse.

2) Appliquer cette règle pour continuer à modifier Y et Z

Théorème 1 : soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

3) Appliquer le théorème 1 à Y et Z quand cela est possible puis utiliser à nouveau la règle 1.

Théorème 2 : additionner un nombre revient à soustraire son opposé.

4) Appliquer le théorème 2 à Y et Z quand cela est possible puis utiliser à nouveau la règle 1.

Et voilà ! Si vous n'avez pas fait d'erreur, Y et Z ne doivent plus comporter aucune parenthèse.

Exercice 1 : simplifier les expressions numériques suivantes sans faire de calculs

$$A = (+4) + (-2) + (-1) + (+2) + (-2)$$

$$B = (-5) + (-3) - (+4) + (-5) - (+2)$$

$$C = (+5) - (-2) + (-2) - (+1) + (-5) + (+14)$$

$$D = (-2) - (-2) - (+2) + (-4) + (+2)$$

$$E = (-5) - (-3) + (+4) - (-15) + (+12)$$

$$F = (+1) + (+4) - (-5) + (-4) + (+1)$$

II Modifier l'ordre des termes dans une expression numérique

On donne $Y = 5 - 7 - 5 + 7 + 2$

D'où $Y = (+5) + (-7) + (-5) + (+7) + (+2)$

On peut toujours effectuer des additions dans l'ordre que l'on veut

Donc $Y = (+5) + (-5) + (+7) + (-7) + (+2)$

On simplifie $Y = 5 - 5 + 7 - 7 + 2$

1) Après avoir lu ce qui précède, que constatez vous ?

2) Reproduisez le raisonnement fait avec Y pour $Z = 2 + 4 - 5 - 2 - 4 + 7$ en modifiant l'ordre des termes de façon astucieuse. Puis calculez.

Exercice 2 : effectuez mentalement les calculs suivants en rayant éventuellement certains termes.

$$S = 4 - 5 + 6 - 11 + 4 + 5 + 11 - 6$$

$$T = 3 + 6 - 7 - 10 + 14 - 9 + 7 - 3 - 6$$

$$U = 2 + 6 - 3 + 5 - 7 - 8 + 10$$

$$V = -5 - 5 - 3 + 3 + 4 - 4 + 1 - 1$$

III Simplifier une écriture ne comportant que des multiplications et des divisions

$$Y_1 = (-3) \times (-4) \times (-5) \quad Z_1 = -3 \times 4 \times 5 \quad Y_2 = (+4) : (-5) \times (+3) \times (-2) \quad Z_2 = 4 : 5 \times 3 \times 2$$

1) Pourquoi Y_1 et Z_1 sont-ils égaux ainsi que Y_2 et Z_2 ?

2) En vous inspirant de ces exemples, proposez une méthode de simplification d'expressions numériques ne comportant que des multiplications et divisions.

Exercice 3 : simplifier les expressions numériques suivantes sans faire de calculs

$$\begin{array}{lll} \mathbf{G} = (+2) \times (-1) \times (+3) \times (-4) \times (-4) & \mathbf{H} = (+2) \times (-3) : (+3) : (-1) : (+1) & \mathbf{I} = (+2) \times (-2) \times (+2) : (-2) \\ \mathbf{J} = (+1) : (-1) \times (+2) \times (-2) & \mathbf{K} = (+1) \times (-2) \times (+3) \times (-4) & \mathbf{L} = (+5) \times (-1) \times (+3) \end{array}$$

IV : simplification d'une expression numérique comportant des nombres relatifs.

En utilisant la partie I et III de cette activité, on peut simplifier des expressions numériques comportant les quatre opérations (+, -, :, ×). Il suffit de simplifier d'abord les suites de multiplications et divisions puis les suites d'additions et de soustractions.

$$\text{Prenons un exemple : } Y = (-2) - (-4) : (+2) + (-5) \times (+3) : (-2)$$

On simplifie donc en premier $(-4) : (+2)$ et $(-5) \times (+3) : (-2)$

$$\text{Ce qui donne } Y = (-2) - (-4 : 2) + 5 \times 3 : 2$$

Puis on simplifie avec la méthode de la partie I

$$\text{On obtient : } Y = -2 + 4 : 2 + 5 \times 3 : 2$$

Exercice 4 : En utilisant les méthodes des parties I et II, simplifiez les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} \mathbf{M} = (+1) + (-3) \times (+2) - (+4) : (+4) - (-5) \times (-4) & \mathbf{N} = (-2) \times (+3) \times (-4) \times (-1) + (+6) - (-5) - (+2) \\ \mathbf{O} = (+4) + (+4) : (+2) + (+3) \times (+3) \times (+1) + (+2) & \mathbf{P} = (-1) \times (+2) - (-3) \times (+4) - (-4) \times (+3) \times (+2) \\ \mathbf{Q} = (+1) + (-1) - (+1) - (-1) - (-1) \times (+1) & \mathbf{R} = (-8) : (+2) - (-4) : (-2) - (-3) \times (-2) \times (-1) \end{array}$$

Exercice 5

Calculer A, B, ... et R à partir des expressions simplifiées et en faisant bien attention aux priorités opératoires